

# Introduction à la complexité des algorithmes

## Résumé :

### – Utilisation de la complexité algorithmique dans un programme

"Faites-le d'abord fonctionner. Puis, faites-le bien. Enfin, faites en sorte qu'il aille vite".  
Ce principe et ses variantes, est considéré comme la règle d'or de la programmation. Il est attribué à Kent Beck, qui lui-même l'attribue à son père."

Alex Martelli, Python en concentré, chapitre 17

## Sommaire :

1	Introduction .....	2
2	Un premier exemple .....	2
3	Mesure des durées d'exécution d'une portion de code en Python .....	3
3.1	Python < 3.8 .....	3
3.2	Python >= 3.8 et fstring .....	3
3.3	Analyse pour une liste unique .....	4
3.4	Analyse pour plusieurs listes avec tracé de courbe .....	4
4	Étude comparative de trois algorithmes .....	5
4.1	Proposition de trois méthodes différentes .....	5
4.2	Comparaison des trois algorithmes étude théorique .....	5
4.3	Comparaison des trois algorithmes étude expérimentale .....	6
5	Éléments pour l'étude théorique de la complexité .....	6
5.1	La notation O (lire Grand O) .....	6
5.2	L'interprétation géométrique .....	7
5.3	Comparaison de quelques complexités .....	7
5.4	Calculs des logarithmes en Python .....	8
6	Recherche dans une liste triée .....	8
6.1	Premier algorithme : la recherche linéaire .....	8
6.2	Deuxième algorithme : la recherche dichotomique .....	9
6.3	Pseudo code de l'algorithme de recherche dichotomique .....	10
	Explication littérale de l'algorithme : .....	10
	Pseudo code de l'algorithme : .....	10
	Faire 'tourner' l'algorithme 'à la main' : .....	11
	Programmation en Python .....	12
	Vérification de la complexité .....	13
7	En guise de conclusion .....	14
7.1	Quand on met en œuvre un algorithme : .....	14
7.2	Si nous voulons optimiser le code quelques questions préliminaires .....	14
7.3	Le profilage d'un programme .....	14
8	Bibliographie et ressources .....	15

# Note : répondre aux questions sur la feuille réponse en annexe.

## 1 Introduction

L'algorithmique étudie à la fois les algorithmes, c'est à dire l'existence et l'écriture de solutions à des problèmes posés en traitement de l'information, mais également à leurs performances. Ou autrement dit quel algorithme est le plus performant pour résoudre un problème donné.

Les critères de performances sont définis comme par exemple **la rapidité** : si mon algorithme répond avec un certain temps de traitement pour n données d'entrée que se passe-t-il pour  $2 * n$  données ?

Le critère peut également être **l'occupation mémoire** nécessaire au fonctionnement de l'algorithme ou bien **la bande passante utilisée** via une connexion internet.

**La complexité n'est pas à considérer selon le point de vue humain dans le sens de 'facile à comprendre' mais dans le sens de plus ou moins rapide à produire les résultats attendus en fonction du nombre des entrées.**

## 2 Un premier exemple

Calculons la somme de tous les éléments d'une liste 'Liste' de n nombres. Voilà le pseudo code :

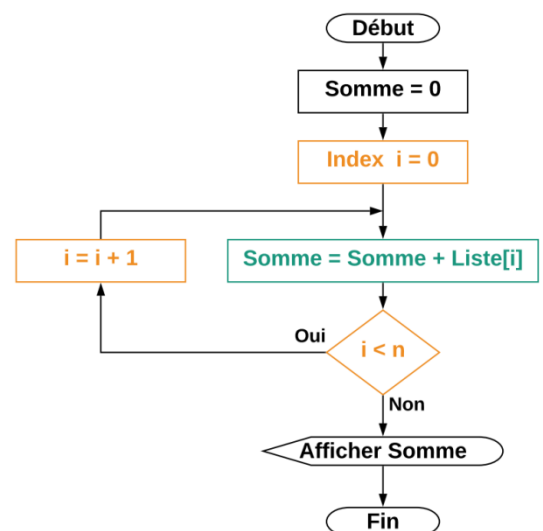
```
Somme ← 0
Pour i parcourant tous les éléments de la liste
Faire
    Somme ← Somme + Liste[i]
Fin pour
Afficher Somme
```

Quel est le nombre d'opérations effectuées ?

Pour répondre à cette question il faut recenser combien de fois est exécuté chacune des opérations. L'organigramme ci-contre nous permet de bien mettre en évidence le cheminement de l'algorithme en particulier pour la réalisation de la répétition (boucle pour en orange) et nous pouvons faire le bilan :

1 [noir] + 2 \* n [Vert] + 2 \* n [Orange] + 1 [Orange fin de boucle] + 1 [noir] = 4 n + 3

La complexité de cet algorithme en fonction du nombre n est équivalente quand n est très grand à  $4 \cdot n$  donc **il est linéaire en n**. Autrement dit quand le nombre d'entrées double alors la durée de l'algorithme double également.



<sup>1</sup> Tracé avec Lucidchart : <https://www.lucidchart.com/pages/fr>

Exemple de résultats on observe que la règle obtenue du doublement de la durée de l'algorithme est de plus en plus vérifiée pour n grand.


```
n = 100 valeurs le temps d'exécution : 0.000046 secondes
n = 200 valeurs le temps d'exécution : 0.000061 secondes
n = 400 valeurs le temps d'exécution : 0.000142 secondes
n = 1000 valeurs le temps d'exécution : 0.000332 secondes
n = 2000 valeurs le temps d'exécution : 0.000716 secondes
n = 4000 valeurs le temps d'exécution : 0.001122 secondes
n = 10000 valeurs le temps d'exécution : 0.002335 secondes
n = 20000 valeurs le temps d'exécution : 0.004708 secondes
n = 40000 valeurs le temps d'exécution : 0.009134 secondes
n = 100000 valeurs le temps d'exécution : 0.018236 secondes
n = 200000 valeurs le temps d'exécution : 0.036470 secondes
n = 400000 valeurs le temps d'exécution : 0.072940 secondes
n = 1000000 valeurs le temps d'exécution : 0.145880 secondes
n = 2000000 valeurs le temps d'exécution : 0.291760 secondes
n = 4000000 valeurs le temps d'exécution : 0.583520 secondes
```

### 3 Mesure des durées d'exécution d'une portion de code en Python

#### 3.1 Python < 3.8


La librairie time de python permet cette mesure voilà la manière de procéder :

```
1 #!/usr/bin/env python
2 # -*- coding: utf-8 -*-
3
4 import time
5
6 # Mesure de la durée : début de la mesure
7 start_time = time.clock()
8
9 # Tâche à réaliser et à chronométrer
10 #
11 #
12
13
14
15 # Mesure de la durée : fin de la mesure
16 end_time = time.clock()
17
18 # Affichage de la durée de traitement
19 print("Le temps d'exécution : %10f secondes" % ( end_time - start_time ))
```

 Mesure\_de\_la\_duree\_en\_Python.py

#### Python >= 3.8 et fstring

```
8 from time import process_time
9
10 print()
11 print("CODE DE TEST")
12
13 # assigning n = 50
14 n = 50
15
16 # Start the stopwatch / counter
17 t1_start = process_time()
18
19 for i in range(n):
20     print(i, end=' ')
21     for j in range(1000):
22         a = j**j
23 print()
24
25 # Stop the stopwatch / counter
26 t1_stop = process_time()
27
28 print()
29 print("BILAN")
30 print(f"Dates fin:{t1_stop:8.5f} S Début:{t1_start:8.5f} S")
31 print(f"Temps passé par le programme en millisecondes: {(t1_stop-t1_start)*1000:8.5f} mS")
```

 Comment mesurer la durée Python 3\_8.py

Exemple de résultat :


```
CODE DE TEST
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42
43 44 45 46 47 48 49
```


```
BILAN
Dates fin: 3.18750 S Début: 2.75000 S
Temps passé par le programme en millisecondes: 437.50000 mS
```

### 3.2 Analyse pour une liste unique

Le script pour analyser la complexité de l'addition des valeurs d'une liste est ici :

 [Complexite\\_boucle\\_simple.py](#)

 [Complexite\\_boucle\\_simple\\_3-8.py](#)

 Q1. Faites fonctionner ce script. Remplir le tableau et vérifier le coût linéaire de l'algorithme.

```
1 #!/usr/bin/env python
2 # -*- coding: utf-8 -*-
3
4 import random
5 import time
6
7 # On demande le nombre de valeurs dans la table
8 nombre_n = input("Indiquez le nombre de valeurs dans la liste : ")
9 nombre_n = int(nombre_n)
10
11 # Initialisation de la table
12 table_a_traiter = [random.randrange(0,1000000) for i in range(nombre_n)]
13 longueur = len(table_a_traiter)
14
15 # Pour le calcul de la durée de l'algorithme
16 start_time = time.clock()
17
18 # Boucle simple calcul de la somme des éléments
19 somme = 0
20 for i in range(longueur):
21     somme = somme + table_a_traiter[i]
22
23 # Calcul de la durée
24 duree_time = time.clock() - start_time
25
26 # Affichage des résultats
27 print("n = %8d valeurs \nsomme = %14d \nle temps d'exécution : %10f secondes"
28       | % (longueur, somme, duree_time))
```

### 3.3 Analyse pour plusieurs listes avec tracé de courbe

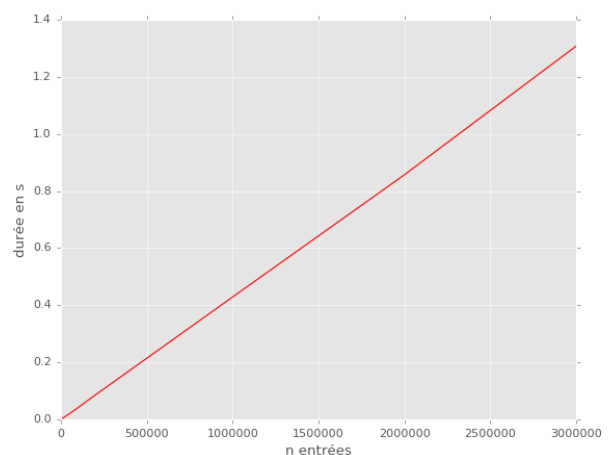
Vous pouvez tester ce script qui fait l'analyse pour un ensemble de valeurs n définies dans une liste.

Pour chacun des calculs le temps mesuré est enregistré ce qui permet le tracé de la courbe directement avec Matplotlib.

 [Complexite\\_boucle\\_multiple.py](#)

 [Complexite\\_boucle\\_multiple\\_3-8.py](#)

Complexité durée de l'addition des n valeurs d'une liste en fonction de n



## 4 Étude comparative de trois algorithmes

Nous reprenons l'exemple proposé dans le document cité en référence<sup>2</sup>. Nous cherchons à déterminer si un nombre  $N$  est premier avec trois méthodes différentes :

### 4.1 Proposition de trois méthodes différentes

**Méthode A1 :** Tester s'il existe un diviseur du nombre  $N$  dans l'intervalle  $2, N-1$ .

**Méthode A2 :** Nous réduisons l'intervalle de recherche en remarquant que l'étude de l'intervalle  $2, N/2$  est suffisant.

**Méthode A3 :** Nous réduisons encore l'intervalle en considérant que si  $N$  résiste à tout essai de division par les entiers inférieurs ou égaux à racine de  $N$ , il est premier<sup>3</sup>.

### 4.2 Comparaison des trois algorithmes étude théorique

Analyse de la complexité de l'algorithme A1 :

```
N_est_premier ← vrai
Pour d parcourant tous les éléments entre 2 et N-1
Faire
    Si ( N est divisible par d )
    Alors
        N_est_premier ← faux
    Fin si
Fin pour
Afficher N_est_premier
```

Pour étudier sa complexité il n'est pas nécessaire d'étudier l'ensemble de l'algorithme, mais de nous concentrer sur la partie la plus consommatrice de temps à savoir **le test de la division de  $N$  par  $d$** .

```
N est premier ← vrai
Pour d parcourant tous les éléments entre 2 et N-1
Faire
    Si ( N est divisible par d )
    Alors
        N_est_premier ← faux
    Fin si
Fin pour
Afficher N_est_premier
```

Ce test est réalisé **dans une boucle**, pour connaître le nombre d'itérations de la boucle il suffit de calculer le nombre total d'itérations effectué à savoir :  $\text{indice\_fin} - \text{indice\_début} + 1$



<sup>2</sup> [http://www.comp.sci.sitew.com/fs/root/491hm-1\\_introduction\\_a\\_la\\_complexite\\_des](http://www.comp.sci.sitew.com/fs/root/491hm-1_introduction_a_la_complexite_des)

<sup>3</sup> Sur les nombres premiers <http://villemin.gerard.free.fr/Wwwqvm/Premier/propriet.htm>

Nous obtenons alors :

$$(N-1) - 2 + 1 = N - 2 \text{ opérations}$$



Q2. Déduire de la même manière le coût de l'algorithme A2 en fonction de N.

Q3. Déduire de la même manière le coût de l'algorithme A3 en fonction de N.

Q4. Conclure quant à la rapidité des trois algorithmes quand N est très grand.

#### 4.3 Comparaison des trois algorithmes étude expérimentale

Algorithme A1 : Test\_nombre\_premier\_algo\_A1.py      Test\_nombre\_premier\_algo\_A1\_3-8.py



**Script\_complexité\_1.** Tester l'algorithme avec les nombres premiers ci-dessous, vous reporterez vos résultats dans le tableau sur la feuille réponse :

[17509, 35023, 70061, 140143, 280001, 560017, 1120001]

Un exemple de résultat :

```
>>> (executing lines 1 to 26 of "Test_nombre_premier_algo_A1.py")
Entrez le nombre à tester : 1120001
Le nombre 1120001 est premier
Le temps d'exécution : 0.421184 secondes
```



**Script\_complexité\_2.** Modifier le script Python précédent pour tester les performances de l'algorithme A2. Portez vos résultats dans le tableau.



**Script\_complexité\_3.** Faire de même pour tester les performances de l'algorithme A3. Portez vos résultats dans le tableau.



Q5. Les résultats expérimentaux sont-ils conforme à la théorie ?

## 5 Éléments pour l'étude théorique de la complexité

### 5.1 La notation O (lire Grand O)

Pour la comparaison de la complexité d'algorithmes nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable, donc pour les grandes valeurs de N.

Quand nous étudions la complexité algorithmique, ce qui nous intéresse le plus est le comportement asymptotique du comportement de l'algorithme, c'est-à-dire la « forme » de la formule pour n grand. Nous gardons donc seulement le « plus gros » terme de la formule sans sa constante : nous utilisons la notation « grand O » des mathématiques, et disons que l'algorithme est en  $O(n)$ .



**Définition.** Soit  $g(n)$  une fonction positive. On définit l'ensemble  $O(g(n))$  par :

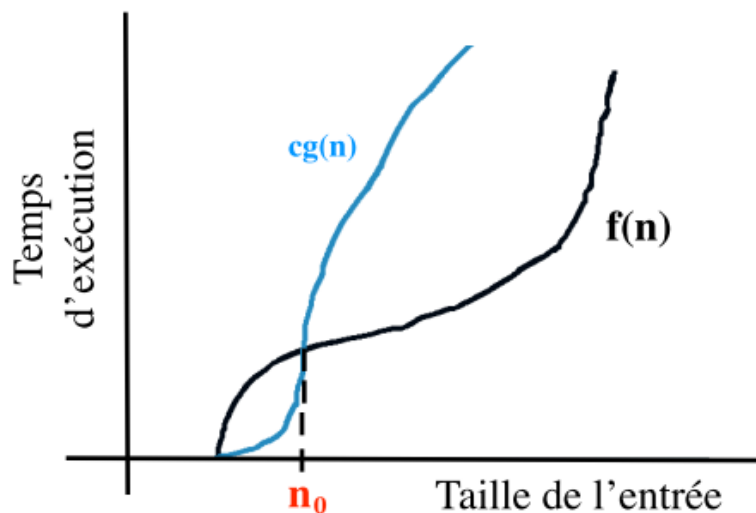
$$O(g(n)) = \{f(n) \mid (\exists c > 0), (\exists n_0 \geq 0) \text{ tels que : } 0 \leq f(n) \leq c.g(n); (\forall n \geq n_0)\}$$

Il s'agit de l'ensemble des fonctions bornées supérieurement par la fonction  $g(n)$ , à des constantes multiplicatives près. Lorsque  $f(n) \in O(g(n))$ , on dit que la fonction  $g(n)$  est une **borne supérieure asymptotique** pour la fonction  $f(n)$ , et l'on écrit par raison de simplicité :  $f(n) = O(g(n))$ .

## 5.2 L'interprétation géométrique

L'interprétation géométrique de  $f(n) = O(g(n))$

Voir (1)



## 5.3 Comparaison de quelques complexités

Famille d'algorithmes	Notation	Exemples
Algorithmes <b>constants</b>	$\Theta(1)$	Echange deux valeurs
Algorithmes <b>logarithmiques</b>	$\Theta(\log n)$	Recherche binaire (dichotomique)
Algorithmes <b>linéaires</b>	$\Theta(n)$	Recherche séquentielle
Algorithmes <b>quasi-linéaires</b>	$\Theta(n \log n)$	Tri par fusion
Algorithmes <b>quadratiques</b>	$\Theta(n^2)$	Tri par sélection

Un résultat intéressant à savoir le comportement de l'algorithme quand on double le nombre des entrées (2):


Complexité	Nom courant	Temps quand on double la taille de l'entrée	Max $n$
$O(n)$	linéaire	prend 2 fois plus de temps	$10^{12}$
$O(1)$	constant	prend le même temps	pas de limite
$O(n^2)$	quadratique	prend 4 fois plus de temps	$10^6$
$O(n^3)$	cubique	prend 8 fois plus de temps	10 000
$O(\log n)$	logarithmique	prend seulement une étape de plus	$10^{10^{12}}$
$O(n \log n)$	linearithmique	prend deux fois plus de temps + $\log n$	$10^{11}$
$O(2^n)$	exponentiel	prend tellement de temps que c'est inconcevable	30



Dans ces tableaux le  $\log(n)$  est le  $\log_2(n) = \log(n) / \log(2)$ . Nous pouvons remarquer que pour les grandes valeurs de  $n$  :  $\log_2(n)$  est équivalent à  $\log(n)$  la division par  $\log(2)$  est négligée.

Nous pouvons réaliser le tracé de quelques complexités :

 Comparaison\_de\_complexite\_d\_algorithmes.py

-  Q6. Tester l'algorithme comment justifieriez-vous l'appellation linéaire au vu du tracé des 4 courbes de complexité  $O(n)$ ,  $O(n^2)$ ,  $O(n \cdot \log n)$ ,  $O(\log n)$  ?

Pour les calculs logarithmiques en Python voir le paragraphe ci-après



## 5.4 Calculs des logarithmes en Python

```
from math import *

## LES LOGARITHMES
# logarithme naturel (base e) ln(a) : log(a) !! ATTENTION
# logarithme base b : log(a,b)
# logarithme base 2 : log2(a)
# logarithme base 10 : log10(a)
a = 12
print("Logarithme néperien de a Ln(a) :",log(a))
print("Logarithme décimal de a log(a):",log10(a))
print("Logarithme base 2 de a :",log2(a))
print("Logarithme base 4 de a :",log(a,4))

Logarithme néperien de a Ln(a) : 2.4849066497880004
Logarithme décimal de a log(a): 1.0791812460476249
Logarithme base 2 de a : 3.584962500721156
Logarithme base 4 de a : 1.7924812503605783
Valeur a : 1.7924
Arrondi inférieur de a : 1
Arrondi supérieur de a : 2
```

## 6 Recherche dans une liste triée<sup>4</sup>

Reprenons les deux exemples proposés dans la page Wikipédia traitant de la complexité des algorithmes à savoir retrouver un élément **dans une liste triée**. Cela nous arrive quand on recherche une information dans un dictionnaire par exemple.

### 6.1 Premier algorithme : la recherche linéaire

**(Naïve = parcourir tous les éléments de la liste)**

S'il y a  $N$  éléments dans la liste, la durée de traitement va dépendre de la position de l'élément recherché. Nous voyons que nous pouvons déterminer une durée de traitement **au meilleur cas** (l'élément recherché est le premier sur la liste) ou **au pire cas** (l'élément recherché est au dernier rang de la liste).



<sup>4</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse\\_de\\_la\\_complexit%C3%A9\\_des\\_algorithmes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_de_la_complexit%C3%A9_des_algorithmes)



Pour l'étude de la complexité des algorithmes nous ne nous intéresserons qu'au pire cas. Pour notre recherche linéaire il nous faudra donc  $N$  étapes. La complexité est en  $O(n)$ .

## 6.2 Deuxième algorithme : la recherche dichotomique.

Voir (3)

Nous allons ici exploiter la propriété que la liste est triée. Cet algorithme demandera dans le pire des cas de séparer en deux la liste, puis de séparer à nouveau cette sous-partie en deux, ainsi de suite jusqu'à trouver l'élément recherché s'il est présent, retourné faux sinon.

Le nombre d'étapes maximales nécessaires sera le nombre entier qui est immédiatement plus grand que  $\log_2(n)$ .

Une explication possible<sup>5</sup> :

D'autre part, pour déterminer la complexité de l'algorithme, on peut chercher à exprimer le nombre total d'opérations effectuées  $k$  (un entier naturel non nul) en fonction de la taille  $n$  de l'instance. De par le fonctionnement de la dichotomie,  $n$  est divisé par 2 à chaque itération de la boucle de recherche, la taille finale de l'instance est donc  $\lfloor n/2^k \rfloor$  (en partie entière). Puisque la plus petite taille possible d'une instance est de 1, on a  $1 \leq n/2^k$  ; en multipliant par  $2^k$  (positif) on obtient  $2^k \leq n$  ; puis par composition avec le logarithme décimal (qui est croissant)  $k \times \log(2) \leq \log(n)$  ; enfin en divisant par  $\log(2)$  non nul :  $k \leq \log(n)/\log(2) = \log_2(n)$ . On obtient ainsi une complexité logarithmique.

### Définition.

On appelle **fonction logarithme de base 2** la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :

$$\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\log_2 1 = 0 \quad \text{et} \quad \log_2 2 = 1$$

Plus généralement :  $\log_2 2^p = p$  pour tout  $p \in \mathbb{Z}$

Voilà le résultat d'un script python qui vérifie le calcul du nombre d'étapes :

```
Entrez votre nombre n : 125
```


```
Le nombre n est égal à : 125
  log2(n) vaut alors : 6.965784284662088
  il faut dichotomer : 7 fois
```

### Démonstration

Dichotomie n°	1	nombre =	62.50
Dichotomie n°	2	nombre =	31.25
Dichotomie n°	3	nombre =	15.62
Dichotomie n°	4	nombre =	7.81
Dichotomie n°	5	nombre =	3.91
Dichotomie n°	6	nombre =	1.95
Dichotomie n°	7	nombre =	0.98



<sup>5</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/Recherche\\_dichotomique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Recherche_dichotomique)

A vous de jouer :  Nombre\_etapes\_en\_cas\_de\_dichotomie.py



**Script complexité 4.** Compléter le script en python pour montrer le nombre de dichotomie pour diviser successivement un nombre N.

### 6.3 Pseudo code de l'algorithme de recherche dichotomique

La liste triée s'appelle Liste elle contient N éléments indicé de 0 à N-1 (liste Python). On recherche l'indice de la valeur v.

#### Explication littérale de l'algorithme :

Les indices Début et Fin donne l'intervalle de recherche au départ maximal. On calcul l'indice milieu découpant la liste en deux parties.

On test ensuite pour savoir dans quel direction se déplacer en fonction de la valeur recherchée v, est-elle dans la première partie ? Ou dans la deuxième ?

Puis on répète la méthode jusqu'à trouver la valeur.

On arrête le processus dans le cas où l'on 'tombe' directement sur la valeur recherchée.

#### Pseudo code de l'algorithme :

```
début = 0
fin      = N-1
trouvé   = Faux

Répéter
    milieu = partie entière ( début + ( fin - début ) / 2 )
    Si Liste [ milieu ] = v
    Alors
        trouvé <- Vrai
    Sinon
        Si v >= Liste [ milieu ]
        Alors
            début <- milieu + 1
            Si Liste [ début ] = v
            Alors
                milieu <- début
                trouvé <- vrai
            Fin si
        Sinon
            fin <- milieu - 1
            Si Liste [ fin ] = v
            Alors
                milieu <- fin
                trouvé <- vrai
            Fin si
        Fin si
    Fin si
Jusqu'à trouvé ou début >= fin
```



Faire 'tourner' l'algorithme 'à la main' :

Deux exemples de recherche dichotomique pour comprendre le processus :

**TABLE[N]**

[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ]

10	12	15	23	27	33	45	62	74	87
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

VALEUR A TROUVER **15**

INITIALISATION [ DEB ] [ MIL ] [ FIN ]

VALEUR <= TABLE[MIL]

NOUVEAUX INDEXS [ DEB ] [ MIL ] [ FIN ]

VALEUR >=TABLE[MIL]

NOUVEAUX INDEXS [ DEB ] [ FIN ]

**TABLE[N]**

[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ]

10	12	15	23	27	33	45	62	74	87
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

VALEUR A TROUVER **74**

INITIALISATION [ DEB ] [ MIL ] [ FIN ]

VALEUR >= TABLE[MIL]

NOUVEAUX INDEXS [ DEB ] [ MIL ] [ FIN ]

VALEUR >=TABLE[MIL]

NOUVEAUX INDEXS [ DEB ] [ FIN ]

Q7. Effectuez la recherche sur les deux exemples ci-dessous (sur la feuille réponse) :

← **TABLE[N]** →

[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 ]

7	11	23	41	45	66	71	79	82	94	101	111	124	138	142	157	168	190
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

VALEUR A TROUVER **157**

INITIALISATION

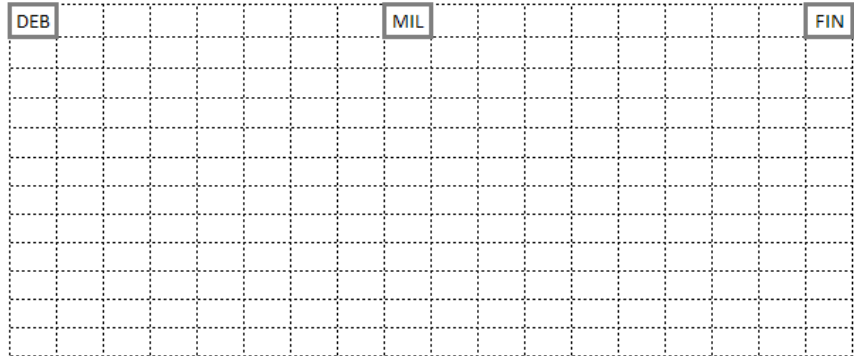
[ DEB ]				[ MIL ]		[ FIN ]

← **TABLE[N]** →

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	11	23	41	45	66	71	79	82	94	101	111	124	138	142	157	168	190

VALEUR A TROUVER    200

INITIALISATION



**Programmation en Python**



**Script\_complexité\_5.** Codez la recherche dichotomique en Python en complétant le script ci-dessous.

Recherche\_dichotomique.py

Note : le langage Python n'implémente pas la structure algorithmique répéter ... jusqu'à pour la coder il suffit de faire comme ci-dessous, l'instruction break provoquant une sortie immédiate de la structure algorithmique dans laquelle elle est positionnée.

```
# Implémenter un répéter -- jusqu'à (condition) en
# Python

while ( True ) :
    [ Code à répéter ]
    if ( condition vrai ) :
        Break
```



```

# Recherche_dichotomique.py

from math import floor
import time

# La liste triée qui servira pour les recherches
liste_triee = [ 7, 11, 23, 41, 45, 66, 71, 79, 82, 94, 101, 111, 124, 138, 142, 157, 168, 190 ]
print("\n\nLa liste : ",liste_triee)
print("Position : [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]\n")

# Entrée de la valeur à rechercher
element_recherche = int(input("Donner la valeur de l'élément recherché : "))

# Recherche dichotomique

# Initialisation
debut = 0
fin = len(liste_triee)-1
trouve = False

# Boucle
while ( True ):
    milieu = floor(debut + (fin - debut) / 2)
    if ( liste_triee[milieu] == element_recherche ):
        trouve = True
    else:

        # A COMPLETER


    if (( trouve == True) or (debut >= fin)):
        break

# Affichage du résultat
if ( trouve == True):
    print("Trouvé en position ",milieu," dans la liste")
else:
    print("Pas trouvé")

```

## Vérification de la complexité

Nous avons vu plus haut que la complexité en  $\log_2(n)$  se vérifie parce qu'une recherche sur une liste deux fois plus longue ne prend qu'une étape de plus, au pire cas.

 Q8. A partir de votre script précédent vérifiez que le doublement du nombre des entrées dans la liste ne rajoute qu'une seule étape à la recherche d'une valeur.

## Exemple de résultats attendus :

```

La liste : [7, 11, 23, 41, 45, 66, 71, 79, 82, 94, 101, 111, 124, 138, 142, 157, 168, 190]
Position : [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]

```

```

Donner la valeur de l'élément recherché : 103
Début : 0 Milieu : 8 Fin : 17
Début : 9 Milieu : 13 Fin : 17
Début : 9 Milieu : 10 Fin : 12
Début : 11 Milieu : 11 Fin : 12
Début : 11 Milieu : 11 Fin : 10
Pas trouvé
Avec 4 itérations

```

```
>>> (executing lines 1 to 56 of "Recherche_dichotomique_corrigé_verbeux.py")
```

```

La liste : [7, 11, 23, 41, 45, 66, 71, 79, 82]
Position : [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]

```

```

Donner la valeur de l'élément recherché : 72
Début : 0 Milieu : 4 Fin : 8
Début : 5 Milieu : 6 Fin : 8
Début : 7 Milieu : 7 Fin : 8
Début : 7 Milieu : 7 Fin : 6
Pas trouvé
Avec 3 itérations

```



## 7 En guise de conclusion

D'après (3)

7.1 Quand on met en œuvre un algorithme :

*"Faites-le d'abord fonctionner. Puis, faites-le bien. Enfin, faites en sorte qu'il aille vite". Ce principe et ses variantes, est considéré comme la règle d'or de la programmation. Il est attribué à Kent Beck, qui lui-même l'attribue à son père."*

*Alex Martelli, Python en concentré, chapitre 17*

Avant d'optimiser un code, il faut absolument que le code fonctionne et qu'il soit bien conçu (que l'architecture et sa conception vous conviennent).

### Remarque

J.-Ch. Arnulfo<sup>25</sup> nous explique que : "L'optimisation d'un programme ne doit pas être l'étape ultime du développement. Les performances se jouent dès la phase de conception et tout au long de l'implémentation."

7.2 Si nous voulons optimiser le code quelques questions préliminaires

Si nous désirons optimiser le code, il faut en fait se poser quelques questions listées par J.-Ch. Arnulfo :

- Est-ce que quelqu'un s'est plaint de la lenteur du logiciel ?
- Est-ce ce bout de code qui pose problème et qui doit être optimisé ? Un profilage sera intéressant à effectuer.
- Est-ce que le gain sera assez significatif pour que l'amélioration soit visible par l'utilisateur ? La fonction en question est-elle assez souvent utilisée ?
- Est-ce que l'optimisation est sans effet de bord ? Pensez à conserver l'ancien code en commentaire pour pouvoir y revenir si nécessaire.
- Est-ce que la lisibilité du code ne va pas être réduite ? En effet si nous écrivons du code avec par exemple des opérations sur bit pour gagner quelques microsecondes celui-ci se complexifie et pourrait devenir illisible. Et cela est source d'ennuis.

7.3 Le profilage d'un programme

### Profilage

" Le **profilage** d'un programme permet d'identifier les endroits où celui-ci passe le plus de temps, mais également quelles sont les fonctions qui sont exécutées et combien de fois. Un **profiler** est un programme capable d'analyser un exécutable. Le résultat de l'analyse est appelé un **profile** " (ou profilage). (par M. Idrissi Aouad et O. Zendra<sup>28</sup>)



A. Martelli<sup>29</sup> explique :

"Un profilage met souvent en évidence le fait que les problèmes de performances se situent dans un petit sous-ensemble du code, soit 10 à 20 %, dans lequel votre programme passe 80 à 90 % de son temps. Ces régions cruciales sont également appelées *goulets d'étranglement* ou *points chauds*."

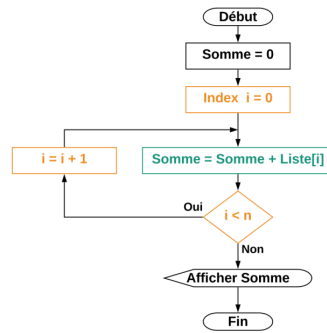
Pour mesurer le temps que prend une partie du code, une solution simple est de doubler (exécuter deux fois) ou de supprimer (ne pas exécuter) cette partie de code.

Sinon il est possible de mettre manuellement des chronomètres dans le code.

Enfin, il existe dans certains langages des bibliothèques/modules de profilage. Elles collectent des données lors de l'exécution de votre programme.

## 8 Bibliographie et ressources

Pour tracer les algorithmes : <https://www.lucidchart.com/pages/fr>



1. **HAMEL, Sylvie.** Notation asymptotique.

<http://www.iro.umontreal.ca/~hamelsyl/grandO.pdf>

[En ligne]

2. **BOUCHEZ TICHADOU, Florent.** *Complexité algorithmique*. 13 septembre 2018.

3. **TRICHET, Eric.** *Introduction\_complexite\_algorithmique*.

[http://www.irem.unilim.fr/fileadmin/documents/2015\\_01\\_04-Introduction\\_complexite\\_algorithmique.pdf](http://www.irem.unilim.fr/fileadmin/documents/2015_01_04-Introduction_complexite_algorithmique.pdf)

[En ligne]

4. **De SAINT JULIEN, Arnaud.** *Complexité et preuves d'algorithmes*. 9 octobre 2018.

<http://desaintar.free.fr/python/cours/complexite.pdf>

<http://desaintar.free.fr/index.php>

[En ligne]







# Introduction à la complexité feuille réponse

**Nom :**

**Note : / 20**

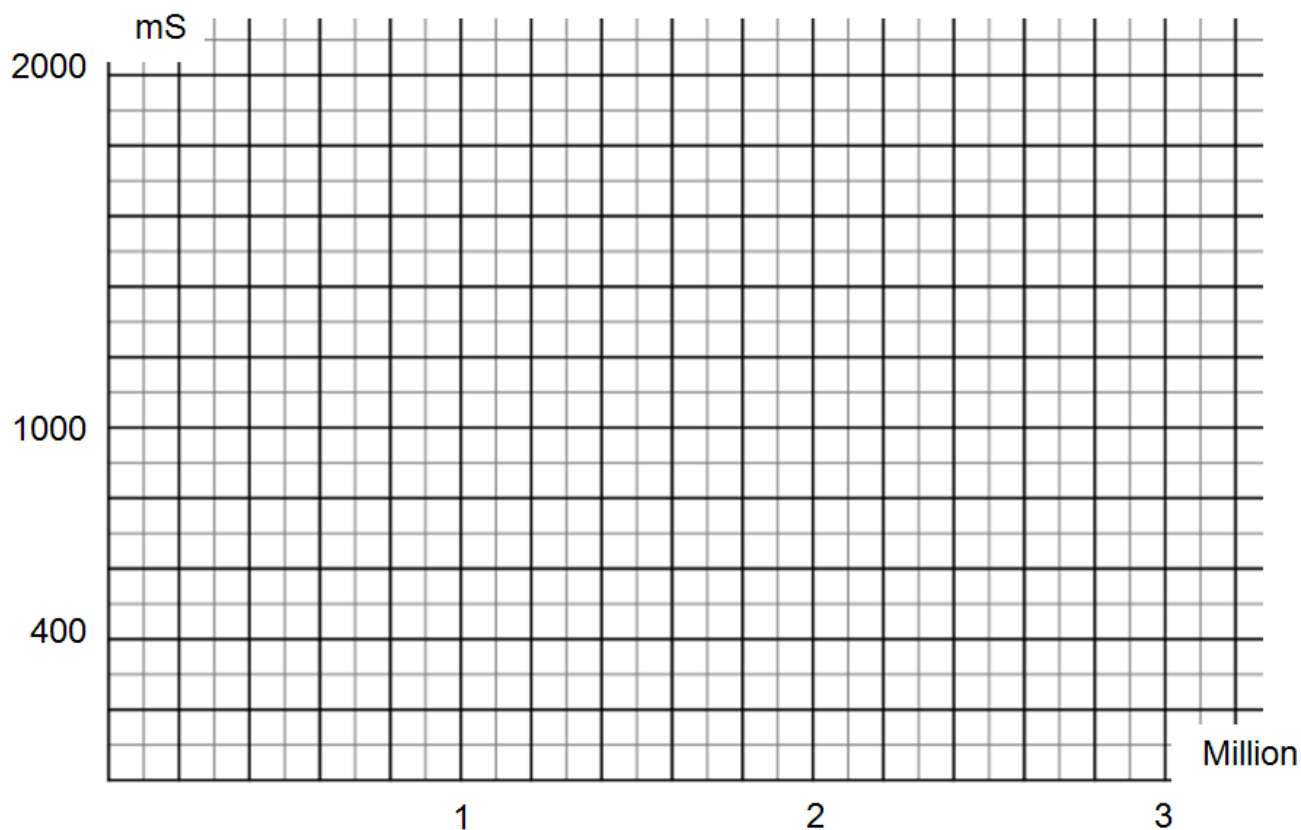
**Classe :**

## Premier exemple de complexité

Q1. Vérifier le coût linéaire de l'algorithme.

Longueur de la liste	Durée de traitement mesurée en mS
200000	
400000	
1000000	
2000000	
3000000	

Durée de traitement en  
fonction du nombre d'éléments dans la liste



### Étude comparative de trois algorithmes

Q2. Déduire de la même manière le coût de l'algorithme A2 en fonction de N.

Q3. Déduire de la même manière le coût de l'algorithme A3 en fonction de N.

Q4. Conclure quant à la rapidité des trois algorithmes quand N est très grand.

### Comparaison des trois algorithmes étude expérimentale

Nombre premier à tester	Algorithme A1 Script_complexité_1	Algorithme A2 Script_complexité_2	Algorithme A3 Script_complexité_3
17509			
35023			
70061			
140143			
280001			
560017			
1120001			

Q5. Les résultats expérimentaux sont-ils conforme à la théorie ?

### Étude théorique de la complexité

Q6. Tester l'algorithme comment justifieriez-vous l'appellation linéaire au vu du tracé des 4 courbes de complexité  $O(n)$ ,  $O(n^2)$ ,  $O(n \cdot \log n)$ ,  $O(\log n)$  ?

## Recherche dichotomique de nombres dans une liste



**Script\_complexité\_4.** Compléter le script en python pour montrer le nombre de dichotomie pour diviser successivement un nombre N.



Q7. Effectuez la recherche sur les deux exemples ci-dessous :

← TABLE[N] →																	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	11	23	41	45	66	71	79	82	94	101	111	124	138	142	157	168	190

VALEUR A TROUVER    157

INITIALISATION

DEB																MIL			FIN

← TABLE[N] →																	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	11	23	41	45	66	71	79	82	94	101	111	124	138	142	157	168	190

VALEUR A TROUVER    200

INITIALISATION

DEB																MIL			FIN



**Script\_complexité\_5.** Codez la recherche dichotomique en Python en complétant le script ci-dessous.



Q8. A partir de votre script précédent vérifiez que le doublement du nombre des entrées dans la liste ne rajoute qu'une seule étape à la recherche d'une valeur.